36° Olimpíada de Matemática da Unicamp

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica Universidade Estadual de Campinas



Terceiro Simulado - Nível Beta 26 de Junho de 2020

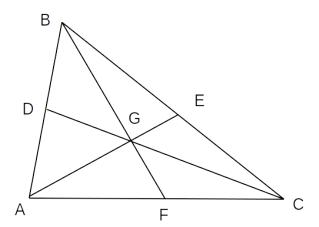
Questão 1 (20 pontos) Qual é o último dígito do número 2^{2020} ?

Questão 2 (20 pontos) Seja $f(x) = x^2 + bx + c$, onde $b \in \mathbb{Z}$. Mostre que se $n \in \mathbb{Z}$ for tal que f(f(n)) = n então $f(n) \in \mathbb{Z}$.

Questão 3 (20 pontos) Na escola aprendemos a calcular explicitamente o seno e o cosseno de vários ângulos, como $\pi/2$, $\pi/3$, $\pi/4$ e $\pi/6$. Perceberam que faltou o $\pi/5$ na sequência? Calcule $\cos(\pi/5)$ e $\sin(\pi/5)$. Aproveite e calcule também $\cos(\pi/12)$ e $\sin(\pi/12)$.

Questão 4 (20 pontos) Determine o valor mínimo da função $f(x) = x^4 + \frac{1}{x}$, para $x \in (0, \infty)$.

Questão 5 (20 pontos) Na figura abaixo temos que AF = 3, CE = 2, EB = 2, BD = 1 e DA = 2. Além disso, o ponto G de interseção dos seguimentos AE, BF e DC é interior ao triângulo ABC. Calcule a área do triângulo ABC.



Página 1 de 1